Графический метод решения задач с параметрами
Теоретическая часть

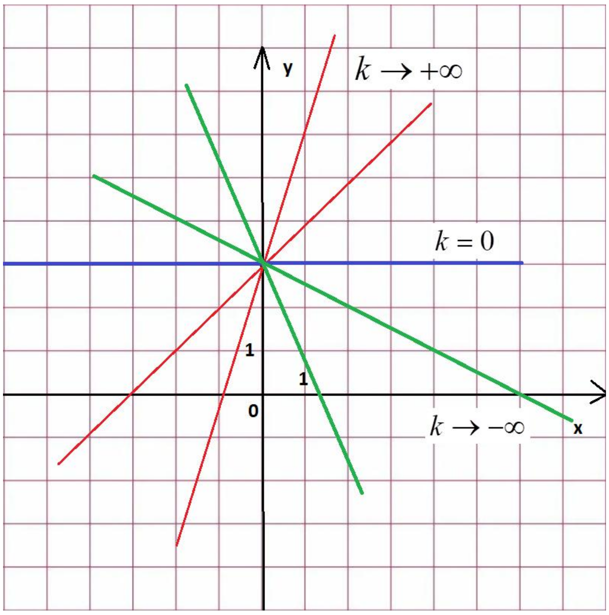
1. Прямая

$y = kx + m$

k **- параметр (поворот)**

Пример:

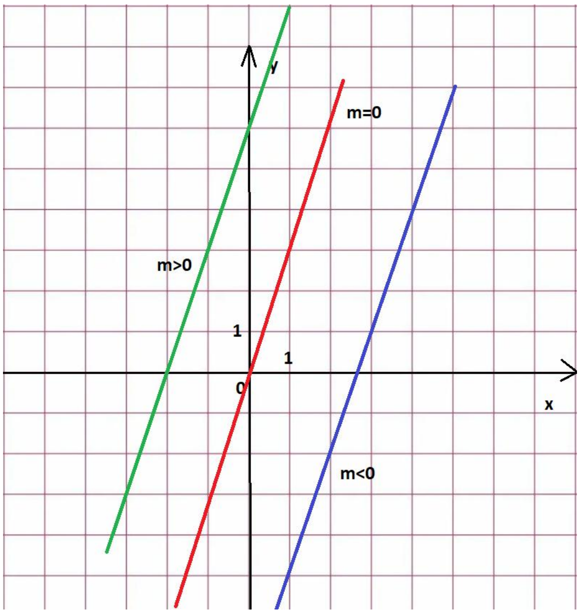
$$y = kx + 3$$



m **– параметр (параллельный перенос)**

Пример:

$$y = 3x + m$$



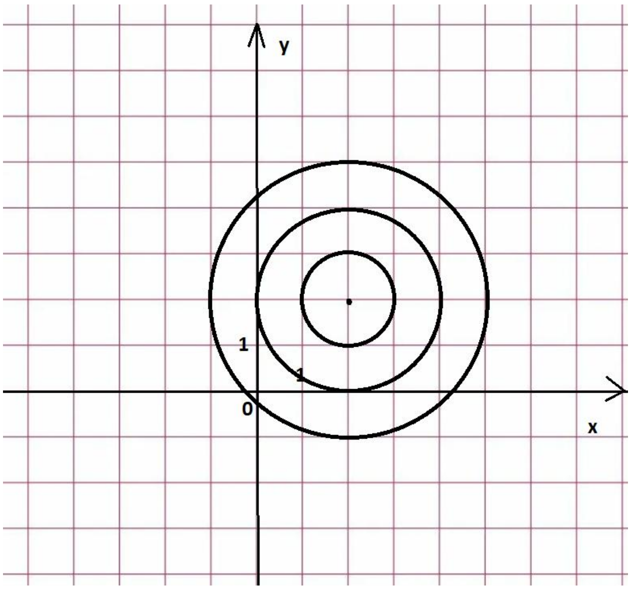
2. Уравнение окружности

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$(x_0; y_0)$ – центр окружности

r – радиус окружности

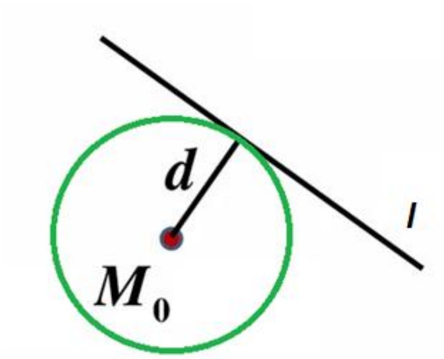
а) r =a – параметр



Используется формула расстояния от точки прямой.

Расстояние от **d** до точки $M_0(x_0; y_0)$ до прямой ***l***: $Ax + By + C = 0$:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

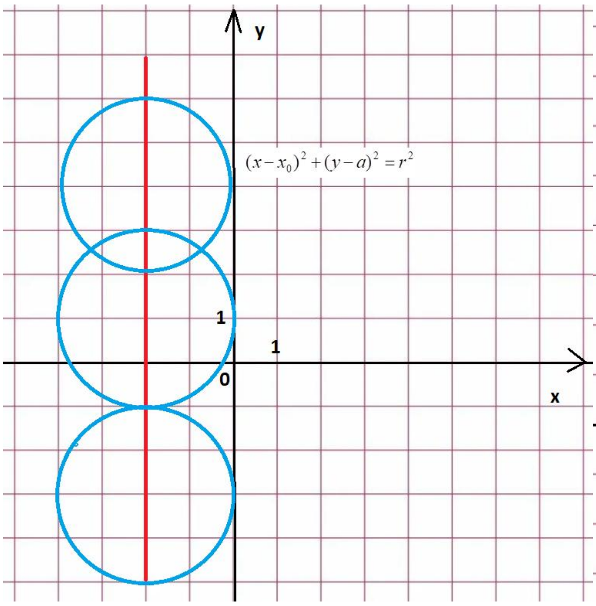


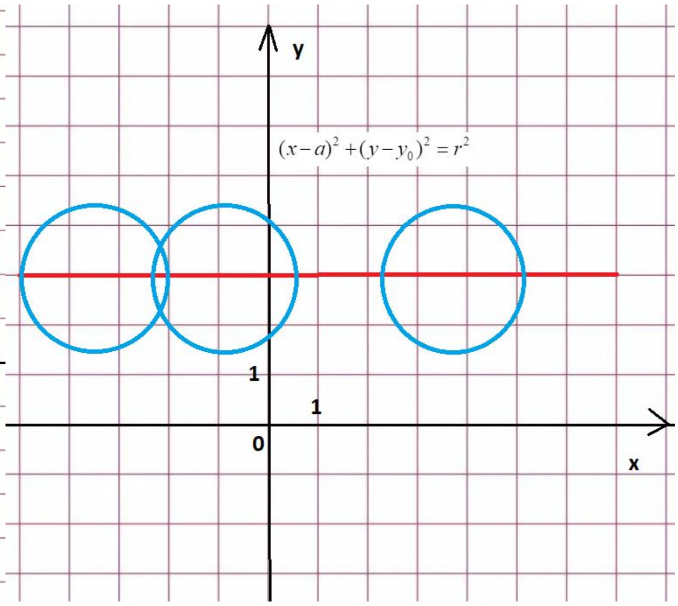
б) $(x_0; y_0)$ **– центр окружности параметр**

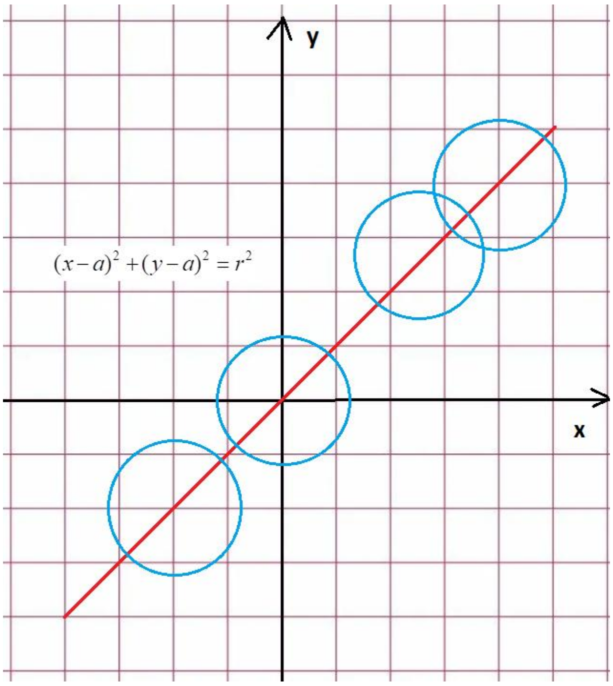
$(x - x_0)^2 + (y - a)^2 = r^2$ – центр $(x_0; a)$ лежит на прямой x=a

$(x - a)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ – центр $(a; y_0)$ лежит на прямой y=a

$(x - a)^2 + (y - a)^2 = r^2$ – центр $(a; a)$ лежит на прямой y=x







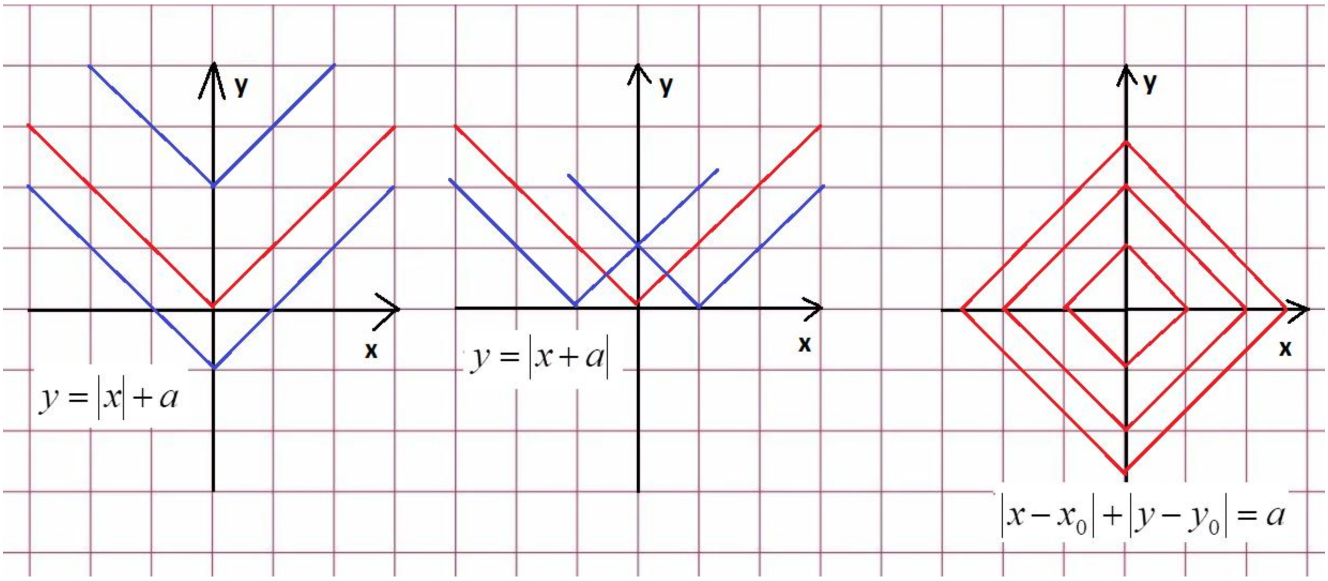
2. Модуль

$$y=|x+a|$$

$$y=|x|+a$$

$$y=||x|+a|$$

$$|x-x_0|+|y-y_0|=a$$



Методические приемы:

1. Система xOa

2. Точка касания (составление квадратного уравнения, для которого D=0)

3. Решение квадратного уравнения с параметром, в котором D=d^2.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = d^2$$

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{d^2}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{d^2}}{2a} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-b+|d|}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b-|d|}{2a} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x_{11} = \dfrac{-b+d}{2a}, d \geq 0 \\ x_{12} = \dfrac{-b-d}{2a}, d < 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x_{21} = \dfrac{-b-d}{2a}, d \geq 0 \\ x_{22} = \dfrac{-b+d}{2a}, d < 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-b+d}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b-d}{2a} \end{array}\right.$$

Параметры с окружностью

1. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} |x+2y+1| \le 11 \\ (x-a)^2+(y-2a)^2=2+a \end{cases}$ имеет единственное решение.

2. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} x^2-2x+y^2-4y=2|x+2y-5|, \\ 2x-y=a \end{cases}$ имеет более двух решений.

3. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 4|y-3|=12-3|x|, \\ y^2-a^2=3(2y-3)-x^2 \end{cases}$ имеет ровно четыре решения.

4. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $\sqrt{2xy+a}=x+y+5$ не имеет решений.

5. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} x(x^2+y^2-y-2)=|x|(y-2), \\ y=x+a \end{cases}$ имеет ровно три различных решения.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} ((x-3)^2+(y-3)^2-1)((x-1)^2+y^2) \le 0, \\ y-2=ax \end{cases}$ не имеет решений.

7. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \dfrac{x^2+y^2-2x+2y-6}{\sqrt{2-|y-x|}}=0, \\ y-ax=3a-3 \end{cases}$ имеет ровно одно решение.