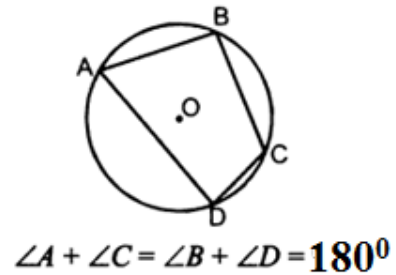
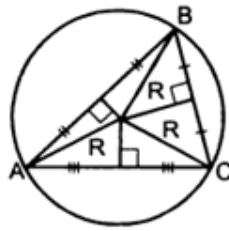
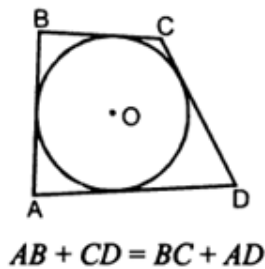
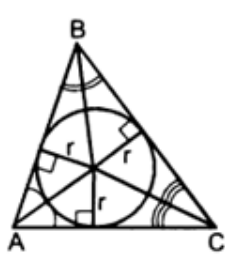


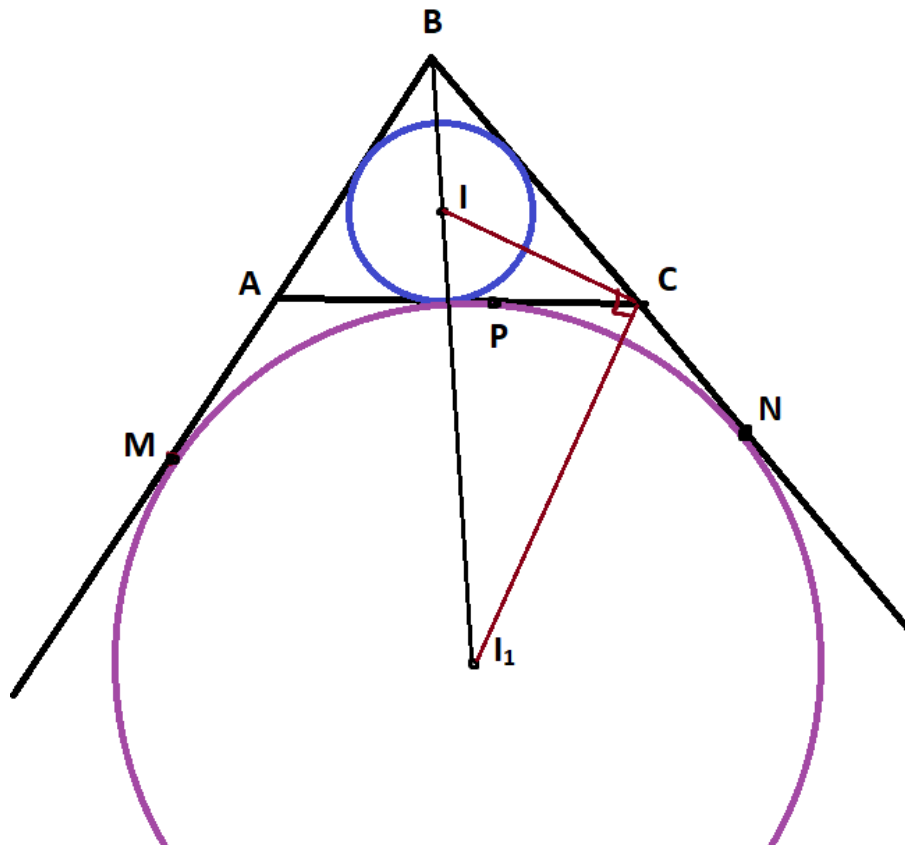
Вписанная и описанная окружности



Практикум

1. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
2. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 14$, а сторона AC в 2 раза больше стороны BC .
3. Окружность, построенная на медиане BM равнобедренного треугольника ABC как на диаметре, второй раз пересекает основание BC в точке K . Докажите, что отрезок BK втрое больше отрезка CK .
4. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Описанные окружности треугольников AOB и COD пересекаются в точке M , лежащей на основании AD . Докажите, что треугольник BMC равнобедренный.
5. Точка B лежит на отрезке AC . Прямая, проходящая через точку A , касается окружности с диаметром BC в точке M и второй раз пересекает окружность с диаметром AB в точке K . Продолжение отрезка MB пересекает окружность с диаметром AB в точке D . Докажите, что прямые AD и MC параллельны.
6. Высоты остроугольного треугольника ABC , проведенные из точек B и C , продолжены до пересечения с описанной окружностью в точках B_1 и C_1 . Оказалось, что отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности. Найдите угол BAC .
7. В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° ; O - центр описанной окружности, I - инцентр, H - ортоцентр. Докажите, что точки A , O , I , H и C лежат на одной окружности.

Вневписанная окружность



1. Точки I, I_1 лежат на биссектрисе $\angle B$.
2. $MA=AP, PC=CN, BM=BN$.
3. AI_1, CI_1 – биссектрисы внешних углов $\triangle ABC$.
4. $\angle IAI_1 = \angle ICI_1$
5. $MB = \frac{1}{2} P_{\triangle ABC}$

Практикум

1. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

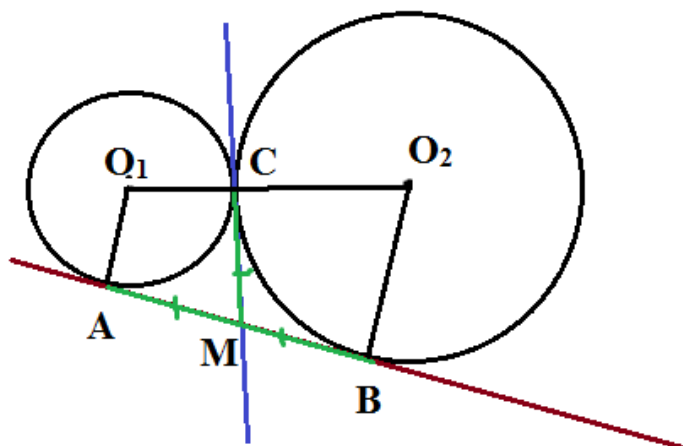
2. В треугольнике ABC угол B равен 120° , а длина стороны AB на $3\sqrt{3}$ меньше полупериметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AB и AC .

3. Найдите радиусы вписанной, описанной, вневписанных окружностей треугольника со сторонами 13, 13, 10.

4. Найдите периметр треугольника ABC , если расстояние от вершины A до точки касания с вневписанной окружностью равно 17, расстояние от вершины B до точки касания окружности со стороной BC равно 6, расстояние от вершины C до точки касания окружности со стороной AC равно 4.

5. Найдите радиус вневписанной окружности, если расстояние от вершины A до точки касания с окружностью равно 21, $BC=15$, $AB=14$, $AC=13$.

Касательная и окружность



Практикум

1. Окружность радиуса 4 касается внешним образом второй окружности в точке B . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку B , пересекается с некоторой другой их общей касательной в точке A . Найдите радиус второй окружности, если $AB=6$.

2. Окружности радиусов 14 и 35 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

3. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

4. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCD , если известно, что радиус первой окружности равен 4, а радиус второй окружности равен 1.