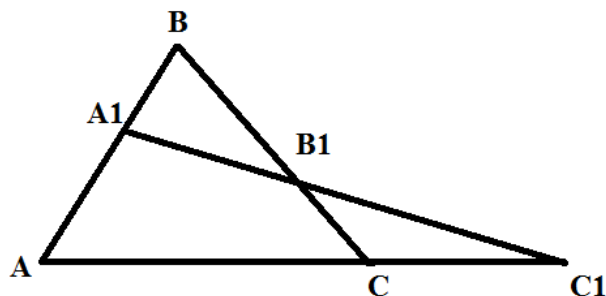


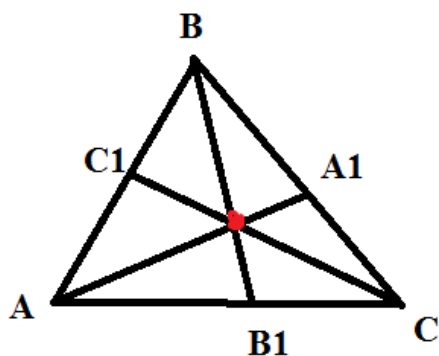
Теорема Менелая и Чева

Теорема Менелая:



Если на сторонах AB и BC треугольника ABC взяты соответственно точки A_1 и B_1 , а точка C_1 взята на продолжении стороны AC за точку C , то точки C_1 , A_1 и B_1 лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда выполнено равенство $\frac{AA_1}{A_1B} \cdot \frac{BB_1}{B_1C} \cdot \frac{CC_1}{C_1A} = 1$

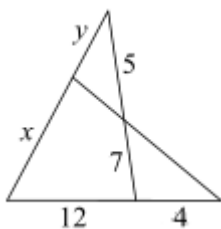
Теорема Чева:



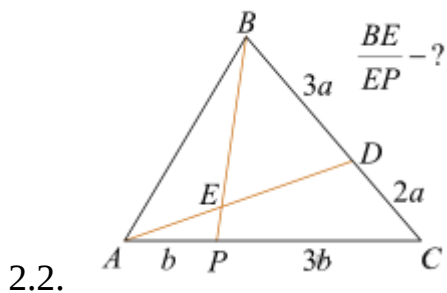
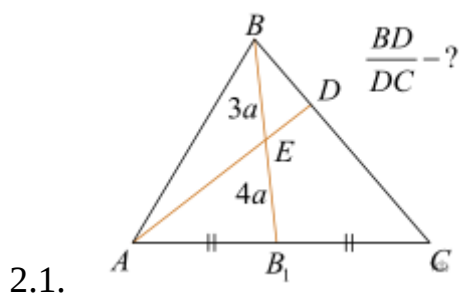
Прямые AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$

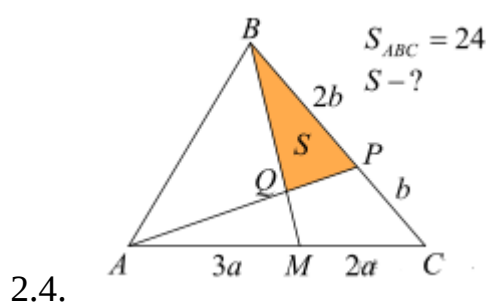
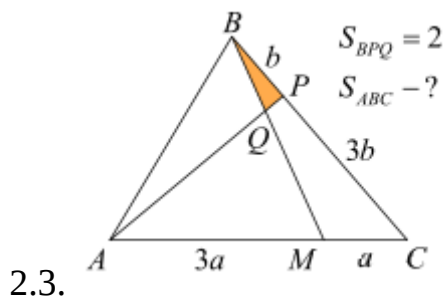
Практическая часть

1. По данным рисунка найдите отношение x/y .



2. Решите задачу по данным рисунка.





3. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 84. Найдите стороны треугольника ABC .

4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N – середины катетов AC и BC соответственно, CH – высота, P – точка пересечения прямых AC и NH , Q – точка пересечения прямых BC и MN . Найдите площадь треугольника PQM , если $AH = 12$, $BH = 3$.

5. В треугольнике ABC на сторонах AB и AC отмечены точки C_1 и B_1 соответственно, причем $BC_1:AC_1=1:3$, $AB_1:CB_1=2:5$. Прямые BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O .

а) Докажите, что площадь треугольника BOC в десять раз больше площади треугольника BOC_1 .

б) Найдите площадь четырехугольника AB_1OC_1 если площадь треугольника B_1OC равна 150.

6. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1:C_1B=8:3$, $BA_1:A_1C=1:2$, $CB_1:B_1A=3:1$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .

а) Докажите, что ADA_1B_1 — параллелограмм.

б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 28$, $BC = 18$.

Дополнительные задачи

1. На медиане AA_1 треугольника ABC взята точка M причём $AM:MA_1=1:3$. В каком отношении прямая BM делит сторону AC ?

2. Точки M и N расположены соответственно на сторонах AB и AC треугольника ABC , причём $AM:MB=1:2$, $AN:NC=3:2$. Прямая MN пересекает продолжение стороны BC в точке F . Найдите отношение $CF:BC$.

3. В треугольнике ABC биссектриса AD делит сторону BC в отношении $BD:DC = 2:1$. В каком отношении медиана CE делит эту биссектрису (CE и AD пересекаются в точке O)? Найти отношение площадей треугольников AOE и COD .

4. Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC втрое больше длины стороны AB . Найдите отношение площади четырехугольника $KPCM$ к площади треугольника ABC .