**Комбинаторика. Правила суммы и произведения**

**Правило суммы.** Если есть способов выбрать объект и способов выбрать объект , то способов выбрать *или* всего

**Правило произведения.** Если есть способов выбрать объект и способов выбрать объект , то способов выбрать пару A *и* B всего

**Задачи на разбор:**

1. Сколькими способами можно выложить в ряд красный, жёлтый и зелёный шарики? А если к ним добавить синий? А если к этим шарикам ещё добавить белый?

**Решение:** Для трёх шариков 6 вариантов. Их можно просто перебрать, но перебор должен быть упорядоченным, чтобы было понятно, что не потеряли варианты.

Первое решение. Пусть 3 шарика уже лежат в ряд. На сколько различных мест можно положить четвёртый шарик? — На четыре. Получается 6 · 4 = 24 варианта. А теперь воспроизведём это же рассуждение, начиная с одного шарика. Дерево 1 · 2 · 3 · 4.

Второе решение. На первое место в ряду можно положить любой из четырёх шариков. На второе — один из трёх оставшихся. На трётье — один из двух оставшихся. На четвёртое — нет выбора, один вариант. Дерево 4 · 3 · 2 · 1.

1. Слонёнок пришёл в посудную лавку и обнаружил там огромный ассортимент товаров: 3 вида чашек, 5 видов блюдец, 4 вида чайных ложечек и 8 видов кружек.
   1. Слонёнок хочет подарить Бегемотику чайную пару (чашку и блюдце). Сколькими способами он может выбрать подарок?

**Ответ:** 3\*5=15

* 1. Слонёнок решил подарить Бегемотику чайную пару и ещё чайную ложечку. Сколько теперь способов выбрать подарок?

**Ответ:** 3\*5\*4=60

* 1. А себе Слонёнок хочет купить что-то, из чего можно пить чай (чашку или кружку). Сколькими способами он может выбрать это что-то?

**Ответ:** 3+8=11

* 1. Сколько вариантов всей покупки получается у Слонёнка?

**Ответ:** (3\*5\*4)\*(3+8)=60\*11=660

1. В языке аборигенов далекого острова 10 прилагательных, 20 существительных и 15 глаголов. Предложением называется всякое сочетание либо существительного и глагола, либо прилагательного, существительного и глагола (порядок слов в предложении всегда именно такой). Сколько всего предложений в этом языке?

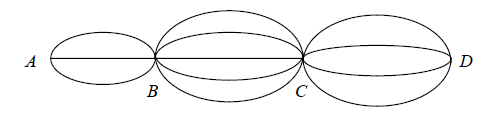
**Решение:** Сначала сосчитаем количество предложений, состоящих только из существительного и глагола. Существительное можно выбрать одним из 20 способов. Для каждого способа выбрать существительное есть по 15 способов выбрать глагол. Поэтому таких предложений будет .

Теперь сосчитаем количество предложений, состоящих прилагательного, существительного и глагола. Прилагательное можно выбрать одним из 10 способов. Для каждого способа выбрать прилагательное есть по 20 способов выбрать существительное. Для каждого способа выбрать прилагательное и существительное есть по 15 способов выбрать глагол. Поэтому таких предложений будет . А всего в этом языке будет предложений.

1. Сколькими способами можно выложить в ряд два белых и два черных шарика, если шарики одного цвета считаются одинаковыми?

**Решение:** Сначала предположим, что все четыре шарика различаются. Например, напишем на них номера: Ч1, Ч2, Б1 и Б2. Выложить в ряд четыре шарика можно способами (докажите это самостоятельно по аналогии с предыдущей задачей). Теперь сотрём номера на двух чёрных шариках. Способов выложить шарики в ряд станет в два раза меньше: каждые два способа, отличающиеся только перестановкой чёрных шариков (Ч1 Ч2 и Ч2 Ч1), превратятся в один способ (Ч Ч). Когда мы сотрём номера ещё и на белых шариках, способов выложить шарики в ряд станет ещё вдвое меньше. Таким образом, всего способов станет .

**Задачи для самостоятельного решения:**

1. Сколько различных путей, не проходящих дважды через одну точку, ведёт из в ?

**Ответ:** 3\*5\*4=60

1. В корзине сидят котята — четыре чёрных, шесть рыжих и два белых. Сколькими способами можно выбрать трёх котят так, чтобы они все были разной окраски? Котята одного цвета друг от друга отличаются!

**Решение:** Надо выбрать одного чёрного котёнка, одного рыжего и одного белого. Чёрного котёнка можно выбрать одним из четырёх способов. Для каждого способа выбрать чёрного котёнка есть по шесть способов выбрать рыжего котёнка. Для каждого способа выбарть чёрного и рыжего котёнка есть по два способа выбрать белого котёнка. Итого получаем способов.

1. Король решил выдать замуж трёх своих дочерей. Со всех концов света явились во дворец сто юношей. Сколькими способами дочери короля могут выбрать себе женихов?

**Решение:** Старшая дочь может выбрать себе любого из 100 женихов. В каждом из этих ста случаев средняя дочь сможет выбрать себе только одного из оставшихся 99 женихов. После того, как старшая и средняя дочери сделают свой выбор, младшая дочь сможет выбрать себе одного из оставшихся 98 женихов. Итого они могут сделать свой выбор способами.

1. В некоем алфавите 10 букв. Сколько «слов» из двух букв в нём можно составить? А из трёх букв? А из пяти? А не более, чем из пяти? Знаете ли вы такой алфавит?

**Решение:** 10\*10. 10\*10\*10. 10^5. 10+10\*10+10\*10\*10+10^4+10^5 (считаем для каждого количества букв и складываем).

1. У Анфисы есть 12 разных цветных карандашей. Она хочет нарисовать кружок и квадратик и раскрасить их. Сколькими способами она может выбрать цвета? Сколькими способами можно выбрать цвета, чтобы раскрасить кружок, квадратик и треугольник?

**Решение:** 12 вариантов для кружка, 12 вариантов для квадратика, 12 — для треугольника. Перемножаем.

1. У Анфисы есть 12 разных цветных карандашей. Она хочет нарисовать кружок и квадратик разных цветов. Сколькими способами она может выбрать эти цвета? Сколькими способами можно выбрать цвета, чтобы нарисовать кружок, квадратик и треугольник разных цветов?

**Решение:** 12 вариантов для круга, 11 - для квадратика, 10 - для треугольника. Перемножаем.

1. Саше хочется купить семь разных книг. Книги стоят одинаково, а денег хватает только на три книги. Сколькими способами Саша может выбрать три книги из семи?

**Решение:** Первую книгу можно выбрать семью способами. В каждом из этих семи случаев вторую книгу можно выбрать шестью способами. При каждом способе выбрать первые две книги есть по пять способов выбрать третью книгу. А теперь заметим, что нам неважно, в каком порядке мы будем покупать книги, а важно только, какие именно книги мы купим. Упорядочить три книги можно шестью способами. Поэтому способов купить три книги в шесть раз меньше, чем упорядоченных наборов из трёх книг. А таких наборов . Поэтому способов купить три книги будет

1. У Ивана шесть друзей, и каждый день он приглашает к себе в гости каких-нибудь трёх из них. Может ли он в течение трёх недель каждый день приглашать к себе друзей так, чтобы компании не повторялись?

**Решение:** Посчитаем количество способов выбрать трёх человек из шести. Таких способов будет 6·5·4 : 6 = 20 (докажите это самостоятельно по аналогии с предыдущей задачей). А три недели — это 21 день. Поэтому хотя бы в какие-то два дня компании будут одинаковыми.

1. а) Девять шестиклассников получили по математике, русскому и английскому четвёрки и пятёрки в четверти. Докажите, что хотя бы у двух из них оценки по этим предметам полностью совпадают.

**Решение:** Посчитаем количество возможных наборов оценок по этим предметам. По каждому из трёх предметов можно поставить одну из двух оценок — четвёрку или пятёрку. Для каждого из двух способов поставить оценку по математике есть по два способа поставить оценку по русскому. Для каждого из способов поставить оценки по математике и русскому есть по два способа поставить оценку по английскому. Итого есть возможных наборов оценок. Поэтому разные наборы оценок могут получить не более 8 человек.

б) Шестнадцать шестиклассников получили по математике, русскому, английскому и физкультуре четвёрки и пятёрки в четверти. Можно ли теперь утверждать, что хотя бы у двух из них оценки по этим предметам полностью совпадают?

**Решение:** Теперь добавился ещё четвёртый предмет — физкультура. Для каждого из 8 способов поставить оценки по математике, русскому и английскому языку есть по два способа поставить оценку по физкультуре. Итого есть возможных наборов оценок. Так что возможна ситуация, при которой все 16 шестиклассников получат разные наборы оценок по этим предметам.

1. а) В заборе 5 досок. Каждую доску надо покрасить в синий, зелёный или жёлтый цвет, причём соседние доски должны быть покрашены в разные цвета. Сколькими способами это можно сделать?

**Решение:** Первую доску можно покрасить в любой из трёх цветов. В каждом из этих трёх случаев вторую доску можно красить в любой из двух оставшихся цветов. Далее, третью доску можно красить в любой из двух цветов (кроме того, в который покрашена вторая доска), и аналогично для четвёртой и пятой доски. Итого способов покрасить забор.

б) А если нужно, чтобы хотя бы одна из досок была синей?

**Решение:** Сначала посчитаем число способов покрасить забор, не используя синюю краску. Таких способов всего два: Ж–З–Ж–З–Ж и З–Ж–З–Ж–З. При остальных способах покраски хотя бы одна доска будет синего цвета.

1. Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы слова ТУРА? ЛАДЬЯ?

**Решение:** Берём четыре разноцветных шарика, пишем на них буквы Т, У, Р, А и сводим задачу к похожей из разбора

1. Кирилл хочет подарить пяти одноклассницам по цветку. У него есть лютик, василёк, мак и две ромашки. Сколькими способами Кирилл может распределить цветы между девочками?

**Решение:** Если бы все цветы были разными, то для первой девочки было бы 5 вариантов цветка, второй - 4 и т.д. Всего 5!. Но два цветка одинаковые. Если поменять их местами, ничего не изменится. Значит, каждый вариант мы посчитали дважды.

1. Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы слова ТАРА? ЕПИТИМИЯ? РАГНАРЁК?

**Ответы:** 4!/2 8!/3! 8!/(2!\*2!)

1. У Слонёнка есть четыре карточки с буквами, из которых можно составить слово СЛОН. . Сколько двухбуквенных слов он может составить с помощью этих карточек?

**Ответ:** 4\*3

1. У Ужонка есть карточки с буквами, из которых можно составить слово НАГА. Сколько двухбуквенных слов он может составить с помощью этих карточек?

**Ответ:** 1+3\*2. Отдельно посчитали слово АА, отдельно - слова из двух разных букв.